इकाई 10

अनुलोम और प्रतिलोम समानुपात

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- दो राशियाँ x और y अनुलोम (सीधे) समानुपात में कही जाती हैं, यदि वे एक साथ इस प्रकार बढ़ें या घटें कि उनके संगत मानों का अनुपात सदैव अचर रहे। अर्थात, यदि $\frac{x}{y} = k$ हो, जहाँ k एक धनात्मक संख्या है, तो x और y अनुलोम (सीधे) समानुपात में होते हैं या अनुक्रमानुपाती होते हैं। सीधे समानुपात की स्थिति में, यदि x के मानों x_1, x_2 के संगत y के मान क्रमशः y_1, y_2 हों, तो $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ होता है।
- दो राशियाँ x और y प्रतिलोम समानुपात में कही जाती हैं, यदि x में वृद्धि होने से y के मान में समानुपातिक कमी होती है तथा विलोमतः y में वृद्धि होने पर x के मान में समानुपाती कमी होती है। ऐसा होने पर x और y के संगत मानों का गुणनफल अचर रहता है। अर्थात् यदि $xy=k$ हो, जहाँ k एक धनात्मक संख्या है, तो x और y प्रतिलोम समानुपात में होते हैं। इस स्थिति में, यदि x के मानों x_1, x_2 के संगत y के मान क्रमशः y_1, y_2 हों, तो $x_1 y_1 = x_2 y_2$ या $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ होगा।
- एक साथ बढ़ने या घटने वाली राशियों का सीधे समानुपात में होना आवश्यक नहीं है। यही बात प्रतिलोम समानुपात के लिए भी सत्य है।
- जब दो राशियाँ x और y सीधे समानुपात में होती हैं। (या अनुक्रमानुपाती हैं या सीधे-विचरण करती हैं), तो इन्हें $x \propto y$ लिखा जाता है। संकेत '$\propto$' 'के समानुपाती है' को दर्शाता है।
- जब दो राशियाँ x और y प्रतिलोम समानुपात में होती हैं (या व्युत्क्रमानुपाती होती हैं), तो इन्हें $x \propto \frac{1}{y}$ लिखा जाता है।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 3 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: यदि x और y सीधे अनुपात में हैं तथा जब $x = 13$ है, तब $y = 39$ है, तो निम्न में से कौन x और y के संगत मानों का युग्म नहीं हो सकता ?

(a) 1 और 3 (b) 17 और 51

(c) 30 और 10 (d) 6 और 18

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 2: एक कार किसी दूरी को 60 km प्रति घंटे की औसत चाल से 40 मिनट में तय करती है। उसी दूरी को 30 मिनट में तय करने के लिए औसत चाल होगी।

(a) 80 km/h (b) $\frac{45}{2}$ km/h

(c) 70 km/h (d) 45 km/h

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 3 : निम्न में से कौन सीधे समानुपात में है?

(a) एक घन की भुजा और उसका आयतन

(b) एक वाहन की चाल तथा निश्चित समय में उसके द्वारा चली गई दूरी

(c) व्यक्तियों के भारों और ऊँचाइयों में परिवर्तन

(d) एक टंकी को भरने के लिए पाइपों की संख्या तथा उसी टंकी को भरने में लगने वाला समय

हल सही उत्तर (*b*) है।

क्योंकि एक निश्चित समय अवधि में, जब वाहन की चाल में वृद्धि होती है, तो उसके द्वारा चली गई दूरी में उसी अनुपात में वृद्धि होती है।

उदाहरण 4 से 6 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ-

उदाहरण 4 : अमृता 18 घंटे में 720 किलोमीटर की दूरी तय करती है। उसके द्वारा 360 किलोमीटर की दूरी तय करने में लिया गया समय ________ है।

हल 9 घंटे

उदाहरण 5 : यदि x और y प्रतिलोम समानुपात में हैं, तो ______ $= k$ है जहाँ k एक धनात्मक अचर है।

हल xy

उदाहरण 6 : एक समचतुर्भुज की भुजा और उसका परिमाप _______ समानुपात में हैं।

हल अनुलोम

उदाहरण 7 से 9 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 7: जब दो राशियाँ x और y प्रतिलोम समानुपात में होती हैं, तो $\frac{x}{y}$ एक अचर होता है।

हल असत्य।

उदाहरण 8 : यदि 10 पेंसिलों का मूल्य ₹ 90 है, तो 19 पेंसिलों का मूल्य ₹ 171 है।

हल सत्य।

उदाहरण 9 : यदि 5 व्यक्ति किसी कार्य को10 दिन में पूरा कर सकते हैं, तो 1 व्यक्ति उसे 2 दिन में पूरा करेगा।

हल असत्य।

उदाहरण 10 : किसी स्काउट शिविर (कैंप) में, 300 कैडेटों के लिए 42 दिन के भोजन की व्यवस्था थी। यदि 50 अन्य व्यक्ति शिविर में सम्मिलित हो जाएँ, तो भोजन कितने दिन तक चल पाएगा?

हल जितने व्यक्ति अधिक होंगे उतना ही जल्दी भोजन समाप्त हो जाएगा। अत:, यह एक प्रतिलोम समानुपात की स्थिति है।

मान लीजिए कि वाँछित दिनों की संख्या x है।

अत:, $300 \times 42 = (300 + 50) \times x$

या $300 \times 42 = 350 \times x$

या $\frac{300 \times 42}{350} = x$

या $x = 36$

उदाहरण 11 : यदि कार्डबोर्ड के दो डिब्बे 500 घन सेंटीमीटर स्थान घेरते हैं, तो ऐसे 200 डिब्बों को रखने के लिए कितने स्थान की आवश्यकता होगी?

हल जैसे-जैसे डिब्बों की संख्या बढ़ती जाती है, उनके रखने के लिए स्थान भी बढ़ता जाता है।

अत:, यह एक सीधे समानुपात की स्थिति है।

डिब्बों की संख्या	2	200
घेरा गया स्थान (घन सेंटीमीटर में)	500	x

अत:, $\frac{2}{500} = \frac{200}{x}$

या $2x = 500 \times 200$

या $x = x = \dfrac{500 \times 200}{2}$

या $x = 50000$

अत:, वाँछित स्थान 50,000 घन संेटीमीटर है।

उदाहरण 12: इस प्रतिबंध के अंतर्गत कि तापमान अचर रहता है, किसी गैस का आयतन उसके दबाव (या दाब) के प्रतिलोम समानुपाती है। यदि गैस का 360 mm पारे के दबाव पर आयतन 630 घन संेटीमीटर है, तो गैस का क्या दबाव होगा, जब उसका आयतन उसी तापमान पर 720 घन संेटीमीटर है?

हल दिया हुआ है कि अचर तापमान पर, गैस के दबाव और आयतन प्रतिलोम समानुपात में हैं। मान लीजिए कि वाँछित दबाव x है।

गैस का आयतन (घन संेटीमीटरों में)	630	720
गैस का दबाव (mm में)	360	x

तब, $630 \times 360 = 720 \times x$

या $\dfrac{630 \times 360}{720} = x$

या $x = 315$

अत: पारे का वाँछित दबाव 315 mm है।

किसी इंटरनेट म्यूजिक सेलर से 4 मेगाबिट म्यूजिक फाइल में डाउनलोड करने के लिए आवश्यक समय t उस दर r के व्युत्क्रमानुपाती होता है जिस पर आँकड़े रिसीविंग कंप्यूटर में स्थानांतरित होते हैं।

a. किसी 4-मेगाबाइट फाइल में डाउनलोड करने में कितना समय लगेगा यदि प्रसारण प्रति मिनट 2.5 मेगाबाइट की दर से घटित होता है?

b. यदि प्रसारण दर प्रति मिनट 0.8 मेगाबाइट है, तो कितना समय लगेगा?

c. यदि r का मान स्थिर रूप से बढ़ता हो, तो t का मान किस प्रकार परिवर्तित होता है? परिवर्तन का यह पैटर्न समानुपातिकता के स्थिरांक से किस प्रकार संबंधित है?

समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग

उदाहरण 13:

30 आदमी किसी खेत की कटाई 17 दिन में कर सकते हैं। कितने अन्य आदमी लगाये जाएँ ताकि उसी खेत की कटाई 10 दिन में हो सके?

समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए

- दी हुई समस्या को स्वयं अपने शब्दों में लिखिए।

  30 व्यक्ति एक खेत की कटाई 17 दिन में कर सकते हैं। यदि कटाई को 10 दिन में किया जाना हो, तो कितने व्यक्तियों की आवश्यकता होगी? कितने अतिरिक्त व्यक्ति काम पर रखने होंगे?

- आप क्या जानते हैं?

  यहाँ 30 व्यक्ति एक खेत की कटाई 17 दिन में कर सकते हैं।

एक युक्ति की योजना बनाइए

- सोचिए कि 30 व्यक्ति खेत की कटाई 17 दिन में कर सकते हैं तथा इस कटाई को 10 दिन में करने के लिए अधिक व्यक्ति चाहिए या कम।
- दिनों की संख्या कम हो गयी है। अत: अधिक व्यक्तियों की आवश्यकता होगी। अत: हम प्रतिलोम समानुपात का उपयोग करेंगे।
- आवश्यक व्यक्तियों की संख्या और 30 का अंतर ज्ञात कीजिए।

हल कीजिए

- मान लीजिए कि कार्य को 10 दिन में समाप्त करने के लिए, आवश्यक व्यक्तियों की संख्या 'x' है।
-

दिनों की संख्या	17 कमी होकर 10
व्यक्तियों की संख्या	30 बढ़कर x

- क्योंकि दिनों की संख्या कम हुई है, अत: व्यक्तियों की संख्या बढ़ेगी। इसलिए, हम प्रतिलोम अनुपात का प्रयोग करेंगे।

  अत: $$30 \times 17 = x \times 10$$

  $$x = \frac{30 \times 17}{10} = 51$$

  इसलिए, 51 व्यक्तियों की आवश्यकता है।

  अत: आवश्यक अतिरिक्त व्यक्तियों की संख्या = 51 – 30 = 21

पुनर्निरीक्षण

- अपने उत्तर का सत्यापन किसी अन्य विधि से कीजिए। यहाँ हम समानुपात के स्थान पर इकाई की विधि या ऐकिक विधि का प्रयोग कर सकते हैं।

जैसे,

दिनों की संख्या	व्यक्तियों की संख्या
17	30
1	?
10	x

17 दिन में कार्य समाप्त करने के लिए आवश्यक व्यक्ति = 30

अत: 1 दिन में कार्य समाप्त करने के लिए आवश्यक व्यक्ति = 30 × 17

इसलिए 10 दिन में कार्य समाप्त करने के लिए आवश्यक व्यक्ति = $\frac{30 \times 17}{10} = 51$

अतिरिक्त व्यक्तियों की आवश्यक संख्या = 51 – 30 = 21

इस प्रकार, सत्यापन हुआ।

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

1. यदि प्रश्न निम्नलिखित हो, तो क्या घटित होगा?

   यदि 30 आदमी किसी खेत की कटाई 17 दिन में करते हैं, तो 10 आदमी उस खेत की कटाई कितने दिन में करेंगे।

2. आदमी तथा कार्य के प्रश्नों में हम सदैव अप्रत्यक्ष विचरण का उपयोग करते हैं। अब आदमियों से संबंधित स्थिति पर विचार कीजिए, जहाँ प्रत्यक्ष विचरण का उपयोग किया गया हो। उदाहरणार्थ, यदि तीन कारों में अधिकतम 15 आदमी यात्रा कर सकते हों, तो (a) 25 आदमियों (b) 38 आदमियों के लिए कम से कम एवं अधिक से अधिक आवश्यक कारों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 16 में, चार, विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. u और v अनुलोम समानुपात में हैं। जब u =10 है, तब v = 15 है। निम्न में से कौन u और v के संगत मानों का संभावित युग्म **नहीं** है?

(a) 2 और 3 (b) 8 और 12 (c) 15 और 20 (d) 25 और 37.5

2. x और y प्रतिलोम समानुपात में हैं। जब x = 10 है, तब y = 6 हैं। निम्न में से कौन x और y के संगत मानों का संभावित युग्म **नहीं** हैं?

(a) 12 और 5 (b) 15 और 4 (c) 25 और 2.4 (d) 45 और 1.3

12/04/18

3. यह कल्पना करते हुए कि भूमि एक समान रूप से उपजाऊ है, भूमि का क्षेत्रफल और उस पर उत्पादन–

(a) अनुक्रमानुपाती हैं।

(b) व्युत्क्रमानुपाती हैं।

(c) न अनुक्रमानुपाती हैं और न व्युत्क्रमानुपाती।

(d) कभी अनुक्रमानुपाती, तो कभी व्युत्क्रमानुपाती।

4. किसी व्यक्ति के दाँतों की संख्या और उसकी आयु–

(a) सीधे समानुपात में हैं।

(b) प्रतिलोम समानुपात में हैं।

(c) न तो सीधे समानुपात में हैं और न ही प्रतिलोम समानुपात में हैं।

(d) कभी सीधे समानुपात में हैं और कभी प्रतिलोम समानुपात में हैं।

5. किसी ट्रक को 297 km की दूरी तय करने के लिए 54 लीटर डीजल की आवश्यकता है। इस ट्रक द्वारा 550 km की दूरी तय करने के लिए आवश्यक डीजल की मात्रा होगी–

(a) 100 लीटर (b) 50 लीटर (c) 25.16 लीटर (d) 25 लीटर

6. 48 km किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से कोई कार एक दूरी 10 घंटे में तय करती है। इसी दूरी को 8 घंटे में तय करने के लिए आवश्यक चाल होगी–

(a) 60 km/h (b) 80 km/h (c) 30 km/h (d) 40 km/h

7. निम्न में से किस में राशियाँ अनुलोम समानुपात में हैं?

(a)

x	0.5	2	8	32
y	2	8	32	128

(b)

p	1^2	2^2	3^2	4^2
q	1^3	2^3	3^3	4^3

सीधा विवरण: यदि y तथा x चरों के संबंध को निम्नलिखित कण में व्यक्त किया जा सके,

किसी अचर k के लिए, $y = kx$

तो हम कह सकते हैं कि y, x के साथ सीधे रूप से विचरण करता है अथवा यह कि y, x के अनुक्रमानुपाती है। इस संबंध में k को समानुपातिकता का स्थिरांक कहा जाता है।

एक बार फिर संख्याओं के गुणन तथा विभाजन में नजदीकी संबंध से परिणाम निकाला जा सकता है कि यदि y, x का अनुक्रमानुपाती है, तो $\frac{y}{x} = k$ होता है। सांकेतिक रूप $\frac{y}{x} = k$ यह प्रदर्शित करता है कि y का x से अनुपात y और x के संगत मानों के लिए अचर (स्थिर) है।

(c)

r	2	5	10	25	50
s	25	10	5	2	0.5

(d)

u	2	4	6	9	12
v	18	9	6	4	3

8. पिछले प्रश्न में, कौन-सी राशियाँ प्रतिलोम अनुपात में हैं?

(a) x और y (b) p और q (c) r और s (d) u और v

9. निम्नलिखित में किसमें राशियाँ व्युत्क्रमानुपाती हैं?

(a) चाल और तय की गई दूरी।

(b) तय की गयी दूरी और टैक्सी का किराया।

(c) तय की गयी दूरी और लिया गया समय।

(d) चाल और लिया गया समय।

10. यदि x और y अनुलोम समानुपात में हों, तो $\frac{1}{x}$ और $\frac{1}{y}$ होंगे-

(a) अनुलोम समानुपात में

(b) प्रतिलोम समानुपात में

(c) न अनुलोम समानुपात में और न ही प्रतिलोम समानुपात में

(d) कभी अनुलोम समानुपात में और कभी प्रतिलोम समानुपात में

11. मीनाक्षी साइकिल पर 12 km/h की औसत चाल से अपने स्कूल जाती है तथा स्कूल पहुँचने में 20 मिनट का समय लेती है। यदि वह 12 मिनट में स्कूल पहुँचना चाहती है, तो उसकी चाल होनी चाहिए-

(a) $\frac{20}{3}$ km/h (b) 16 km/h

(c) 20 km/h (d) 15 km/h

12. 100 व्यक्तियों के लिए 24 दिन के भोजन की व्यवस्था थी। यदि 20 व्यक्ति उस स्थान को छोड़कर चले जाएँ, तो भोजन कितने समय के लिए पर्याप्त रहेगा?

(a) 30 दिन (b) $\frac{96}{5}$ दिन

(c) 120 दिन (d) 40 दिन

13. यदि दो x और y राशियाँ अनुक्रमानुपाती हैं, तो

(a) $\frac{x}{y}$ अचर रहता है (b) $x - y$ अचर रहता है

(c) $(x + y)$ अचर रहता है (d) $x \times y$ अचर रहता है

14. यदि राशियाँ p और q व्युत्क्रमानुपाती हैं, तो

(a) $\frac{p}{q}$ अचर रहता है (b) $(p+q)$ अचर रहता है

(c) $p \times q$ अचर रहता है (d) $(p-q)$ अचर रहता है

15. यदि किसी रिक्शा द्वारा एक घंटे में चली दूरी 10 km है, तो उस रिक्शा द्वारा उसी चाल से एक मिनट में चली दूरी होगी–

(a) $\frac{250}{9}$ m (b) $\frac{500}{9}$ m (c) 1000 m (d) $\frac{500}{3}$ m

16. x और y परस्पर अनुक्रमानुपाती हैं तथा जब $x = 10$ है, तब $y = 14$ है। निम्न में से कौन-सा x और y के संगत मानों का युग्म नहीं है?

(a) 25 और 35 (b) 35 और 25 (c) 35 और 49 (d) 15 और 21

प्रश्न 17 से 42 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

17. यदि $x = 5y$ है, तो x और y परस्पर ______ हैं।

18. यदि $xy = 10$ है, तो x और y परस्पर ______ हैं।

19. जब दो राशियाँ x और y ______ समानुपात में हों या ______ विचरण करें, तो इन्हें $x \propto y$ लिखा जाता है।

20. जब दो राशियाँ x और y ______ समानुपात में हों या ______ विचरण करें, तो इन्हें $x \propto \frac{1}{y}$ लिखा जाता है।

21. x और y को परस्पर ______ विचरण करते कहा जाता है, यदि किसी धनात्मक संख्या k के लिए $xy = k$ हो।

22. x और y को परस्पर सीधे विचरण करते कहा जाता है, यदि किसी धनात्मक संख्या k के लिए, ______ $=k$ हो।

प्रतिलोम विचरण: यदि y तथा x अचरों के संबंध को निम्नलिखित रूप में व्यक्त किया जा सके:

$$\text{किसी अचर } k \text{ के लिए, } y = \frac{k}{x}$$

तो हम कहते हैं कि y का $\frac{1}{x}$ के साथ सीधा विचरण है अथवा यह कि y का x के साथ प्रतिलोम विचरण है। इस संबंध में k को समानुपातिकता का स्थिरांक कहा जाता है।

पुन: संख्याओं के गुणन तथा विभाजन में नजदीकी संबंध से परिणाम निकाला जा सकता है कि यदि y, x का व्युत्क्रमानुपाती है, तो $xy=k$ होता है। सांकेतिक रूप $xy=k$ यह प्रदर्शित करता है कि x, y के संगत मानों के लिए xy अचर (स्थिर) होता है।

23. दो राशियाँ परस्पर ______ विचरण करते हुए कही जाती हैं, यदि वे एक साथ इस प्रकार बढ़ें (या घटें) कि उनके संगत मानों का अनुपात अचर रहे।

24. दो राशियाँ परस्पर ______ विचरण करते हुए कही जाती हैं, यदि एक राशि में वृद्धि से दूसरी राशि में कमी इस प्रकार हो कि इनके संगत मानों का गुणनफल अचर रहे।

25. यदि 12 पंप किसी जलाशय को 20 घंटे में खाली कर सकते हैं, तो इसी जलाशय को ऐसे 45 पंपों द्वारा खाली किये जाने में लगने वाला समय ______ घंटे होगा।

26. यदि x, y के साथ प्रतिलोम विचरण करता है, तो

x	–	60
y	2	10

27. यदि x, y के साथ सीधा विचरण करता है, तो

x	12	6
y	48	–

28. यदि चाल अचर रहे, तो तय की गयी दूरी समय के ______ समानुपाती होती है।

29. यदि a में वृद्धि करने पर, b में वृद्धि इस प्रकार होती है कि $\frac{a}{b}$ ______और धनात्मक रहता है, तो a और b परस्पर अनुक्रमानुपाती कहे जाते हैं।

30. यदि a में वृद्धि करने पर, b में कभी इस प्रकार हो कि ______ अचर रहे और धनात्मक हो, तो a और b परस्पर व्युत्क्रमानुपाती कहे जाते हैं।

31. यदि दो x और y राशियाँ परस्पर अनुक्रमानुपाती हों, तो इनके संगत मानों का______ अचर रहता है।

32. यदि दो p और q राशियाँ परस्पर व्युतक्रमानुपाती हों, तो उनके संगत मानों का ______ अचर रहता है।

33. एक वृत्त का परिमाप और उसका व्यास परस्पर ______ होते हैं।

34. एक कार एक घंटे में 48 km, चलती है। 12 मिनट में उस कार द्वारा चली दूरी ______ है।

35. एक आटोरिक्शा 36 km की दूरी तय करने में 3 घंटे का समय लेता है। यदि इसकी चाल में 4 km/h की वृद्धि कर दी जाती है, तो उसे यह दूरी चलने में ______ समय लगेगा।

36. यदि 12 कार्डबोर्ड शीटों की एक ढेरी की मोटाई 45 mm है, तो ऐसी 240 शीटों की मोटाई______ cm होगी।

37. यदि x और y परस्पर व्युत्क्रमानुपाती हैं तथा जब $x = 4$ है, तब $y = 6$ है, तो $x = 3$ होने पर $y =$ ______ होगा।

38. सीधे समानुपात में, $\frac{a_1}{b_1}$ ______ $\frac{a_2}{b_2}$ होता है।

39. प्रतिलोम अनुपात में, $\frac{a_2}{_} = \frac{b_2}{_}$ होता है।

40. यदि 15 डाक टिकटों द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल 60 cm^2 है, तो ऐसे 120 डाक टिकटों द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल ________ होगा।

41. यदि 45 व्यक्ति किसी कार्य को 20 में कर सकते हैं, तो 75 व्यक्तियों द्वारा उस कार्य को पूरा करने में _______ घंटे का समय लगेगा।

42. यदि देवाँगी 50 m की दूरी 75 कदमों में चलती है, तो उसके द्वारा 375 कदमों में चली दूरी________ km होगी।

प्रश्न 43 से 59 में, बताइए कि कथन सत्य (T) हैं या असत्य (F) –

43. दो x और y राशियाँ परस्पर सीधे विचरित कही जाती हैं, यदि किसी परिमेय संख्या k के लिए $xy = k$ हो।

44. जब चाल को अचर रखा जाता है, तब समय और दूरी परस्पर प्रतिलोम विचरित करते हैं।

45. जब दूरी अचर रखी जाती है, तब चाल और समय परस्पर सीधे विचरित करते हैं।

46. किसी वर्ग की भुजा की लंबाई और उसका क्षेत्रफल परस्पर सीधे विचरित करते हैं।

47. किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा की लंबाई और उसका परिमाप परस्पर प्रतिलोम विचरित करते हैं।

48. यदि d, t^2 के साथ सीधे विचरित हो, तो हम $dt^2 = k$ लिख सकते हैं, जहाँ k कोई अचर है।

49. यदि 24 m ऊँचे एक पेड़ की छाया 15 m है, तो ऐसी ही स्थितियों में उस स्तंभ की ऊँचाई, जिसकी छाया 6 m है, 9.6 m है।

50. यदि x और y सीधे समानुपात में हैं, तो $(x - 1)$ और $(y - 1)$ भी सीधे समानुपात में होते हैं।

51. यदि x और y प्रतिलोम समानुपात में हैं, तो $(x + 1)$ और $(y + 1)$ भी प्रतिलोम समानुपात में होते हैं।

52. यदि p और q परस्पर प्रतिलोम विचरित करते हैं, तो $(p + 2)$ और $(q - 2)$ भी परस्पर प्रतिलोम विचरित करते हैं।

53. यदि किसी त्रिभुज का एक कोण स्थिर रखा जाए, तो उसके शेष दोनों कोण परस्पर प्रतिलोम विचरित करते हैं।

54. यदि दो राशियाँ इस प्रकार परस्पर संबंधित हैं कि एक में वृद्धि होने से दूसरी में भी वृद्धि होती है, तो वे सदैव सीधे विचरित करती हैं।

55. यदि दो राशियाँ परस्पर इस प्रकार संबंधित हैं कि एक में वृद्धि होने से दूसरी में कमी हो, तो वे सदैव प्रतिलोम विचरित होती हैं।

56. यदि x, y के साथ प्रतिलोम विचरित है तथा जब $x = 6$ है, तब $y = 8$ है, तो $x = 8$ के लिए $y = 10$ है।

57. मजदूरों की संख्या और किसी कार्य को समाप्त करने के लिए लगे दिन एक सीधे समानुपात की स्थिति है।

58. स्थिर समय अवधि और ब्याज की दर के लिए, साधारण ब्याज मूलधन के साथ सीधे समानुपात में हैं।

59. जोती गयी भूमि का क्षेत्रफल और काटी गयी फसल सीधे अनुपात का एक उदाहरण है।

प्रश्न 60 से 62 में, कौन परस्पर सीधे विचरित करते हैं, कौन प्रतिलोम विचरित करते हैं तथा कौन इनमें से कोई भी नहीं है–

60. (i) किसी रेलागाड़ी द्वारा एक निश्चित दूरी तय करने में लिया गया समय और उसकी चाल।

(ii) CNG बस द्वारा चली दूरी और प्रयुक्त CNG की मात्रा।

(iii) काम करने वाले व्यक्तियों की संख्या और किसी काम को पूरा करने में लगा समय।

(iv) आयकर और आय।

(v) ऑटोरिक्शा द्वारा चली दूरी और उसमें लिया गया समय।

61. (i) एक हॉस्टल में विद्यार्थियों की संख्या और भोजन की खपत।

(ii) किसी कमरे की दीवारों का क्षेत्रफल और उन पर सफेदी कराने की लागत।

(iii) काम करने वाले व्यक्ति और काम की मात्रा।

(iv) दी हुई राशि पर साधारण ब्याज और ब्याज की दर।

(v) चक्रवृद्धि ब्याज और निवेशित धनराशि।

62. (i) चावल की मात्रा और उसकी लागत।

(ii) पेड़ की ऊँचाई और वर्षों की संख्या।

(iii) यदि बजट की राशि समान रखी जाए, तो लागत में वृद्धि और खरीदी जा सकने वाली कमीजों की संख्या।

(iv) भूमि का क्षेत्रफल और लागत।

(v) बिक्री कर और बिल की राशि।

नीचे दिए प्रश्नों को हल कीजिए–

63. यदि x, y के साथ प्रतिलोम विचरित करता है तथा जब $x = 20$, तब $y = 600$ है, तो y ज्ञात कीजिए, जब $x = 400$ है।

64. x, y के साथ सीधे विचरित करता है तथा जब $x = 80$ है, तब $y = 160$ है। जब $x = 64$ है, तो y क्या है?

65. l, m के साथ सीधे विचरित करता है तथा $l = 5$ है, जब $m = \frac{2}{3}$ है। l ज्ञात कीजिए, जब $m = \frac{16}{3}$ है।

66. यदि x, y के साथ प्रतिलोम विचरित करता है तथा $y = 60$ है, जब $x = 1.5$ है, तो x ज्ञात कीजिए, जब $y = 4.5$ है।

67. एक शिविर में 300 व्यक्तियों के लिए 42 दिन का आटा है। यदि इस शिविर में 20 व्यक्ति और आ जाएँ, तो आटा कितने समय तक चलेगा?

68. एक ठेकेदार ने एक स्टेडियम के किसी भाग को 560 व्यक्तियों की एक टीम के साथ 9 महीने में पूरा करने का ठेका लिया। बाद में, इस कार्य को 5 महीने में पूरा करने को कहा गया। कार्य को समय पर पूरा करने के लिए कितने अतिरिक्त व्यक्ति काम पर लगाए जाने चाहिए?

69. सोबी 6 मिनट में 108 शब्द टाइप करती है। वह आधे घंटे में कितने शब्द टाइप करेगी?

70. कोई कार एक विशिष्ट दूरी 60 km/h की औसत चाल से 40 मिनट में तय करती है। इसी दूरी को 25 मिनट में तय करने के लिए औसत चाल क्या होनी चाहिए?

71. यह दिया है कि l और m परस्पर सीधे विचरित करते हैं।

(i) एक समीकरण लिखिए जो l और m में संबंध स्थापित करती है।

(ii) समानुपात का अचर (k) ज्ञात कीजिए, यदि $l = 6$ होने से $m = 18$ है।

(iii) l ज्ञात कीजिए, यदि $m = 33$ है।

(iv) m ज्ञात कीजिए, यदि $l = 8$ है।

72. यदि ₹ 2000 की एक जमा धनराशि पर 3 वर्ष का ब्याज ₹ 500 है, तो ₹ 36000 की जमा राशि पर 3 वर्ष का उसी साधारण ब्याज की दर से ब्याज क्या होगा?

73. एक एल्यूमिनियम की छड़ का द्रव्यमान उसकी लंबाई के साथ अनुक्रमानुपाती है। यदि 16 cm लंबी एक छड़ का द्रव्यमान 192 g है, उस छड़ की लंबाई ज्ञात कीजिए जिसका द्रव्यमान 105 g है।

74. x और y के मान ज्ञात कीजिए, यदि a और b प्रतिलोम समानुपात में हैं–

a. 12 x 8

b. 30 5 y

75. यदि नरेश 200 मीटर की दूरी तय करने के लिए 250 कदम चलता है, तो उसके द्वारा 350 कदमों में चली दूरी ज्ञात कीजिए।

76. एक कार 25 लीटर पेट्रोल में 225 km की दूरी तय करती है। इसी कार द्वारा 540 km की दूरी तय करने में कितने पेट्रोल की आवश्यकता होगी?

77. निम्न सारणियों से निर्धारित कीजिए कि x और y सीधे अनुपात में हैं या नहीं–

(i)

x	3	6	15	20	30
y	12	24	45	60	120

(ii)

x	4	7	10	16
y	24	42	60	96

(iii)

x	1	4	9	20
y	1.5	6	13.5	30

78. यदि a और b परस्पर व्युत्क्रमानुपाती हैं।, तो p, q, r , x, y, z और l, m और n के मान ज्ञात कीजिए।

(i)

a	6	8	q	25
b	18	p	39	r

(ii)

a	2	y	6	10
b	x	12.5	15	z

(iii)

a	l	9	n	6
b	5	m	25	10

79. यदि 25 मीटर कपड़े की कीमत ₹ 337.50 है, तो

(i) इसी प्रकार के 40 मीटर कपड़े की कीमत कितनी होगी?

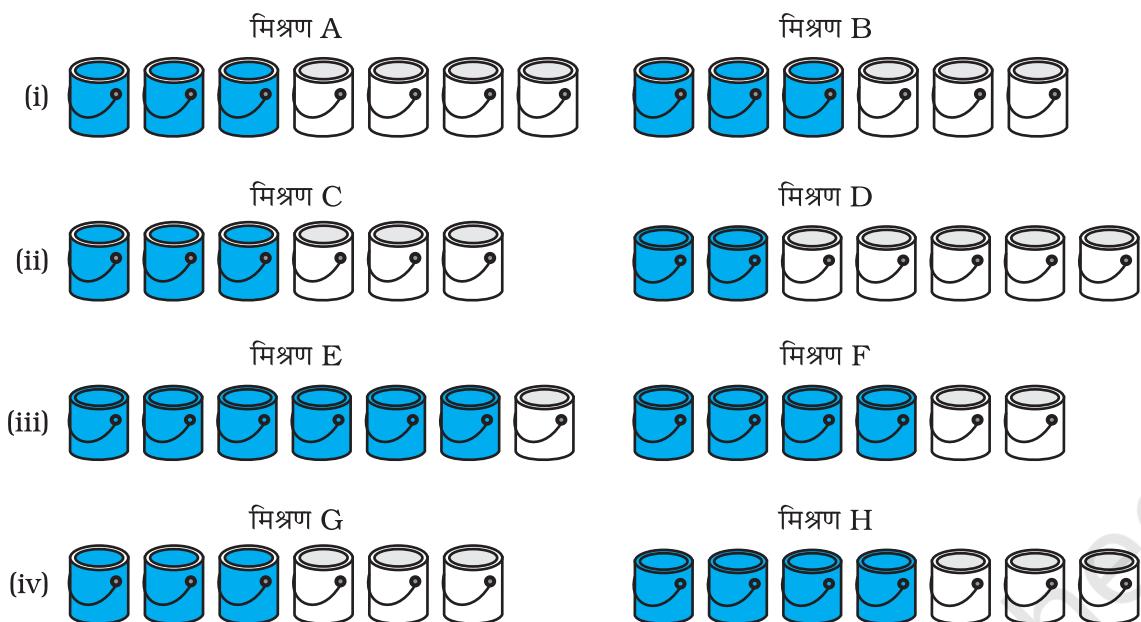
(ii) ₹ 810 में खरीदे जा सकने वाले कपड़े की लंबाई कितनी होगी?

80. एक ही प्रकार के 8 पंपों द्वारा किसी स्वीमिंग पूल को 4 घंटे में भरा जा सकता है। इस पूल को $2\frac{2}{3}$ घंटों में भरने के लिए कितने पंपों की आवश्यकता होगी?

81. 27 kg लोहे का मूल्य ₹ 1080 है। इसी गुणवत्ता वाले 120 kg लोहे का क्या मूल्य होगा?

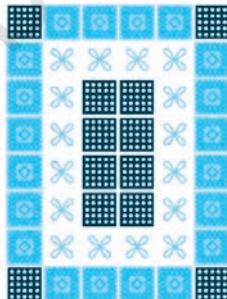
82. किसी विशेष समय पर, कुतुबमीनार की ऊँचाई 72 m है, की छाया की लंबाई 80 m है। उसी समय यदि किसी बिजली के खंभे की छाया 1000 cm लंबी है, तो उस खंभे की ऊँचाई क्या होगी?

83. 50 लड़कियों के एक छात्रावास में 40 दिन की भोजन सामग्री की व्यवस्था है। यदि इस छात्रावास में 30 लड़कियाँ और आ जाएँ, तो यह भोजन सामग्री कितने दिन तक चल पाएगी?

84. किसी स्कूल की कैम्पस और वेलफेयर कमेटी संपूर्ण स्कूल के भवन पर पेंटिंग के लिए एक नीला शेड कराने की योजना बना रही है। इस कार्य के लिए नीले और सफेद पेंटों के डिब्बे या पात्रों में से पेंट निकाल कर विभिन्न प्रकार के नीले शेड बनाये जाने का प्रयास किया जा रहा है। दिए हुए प्रत्येक मिश्रण में निश्चित कीजिये कि कौन–सा नीले का हल्का शेड है, तथा यह भी ज्ञात करने का प्रयास करें कि इन सभी में सबसे हल्का नीला शेड कौन–सा है?

यदि एक पात्र (बर्तन) में 1 लीटर पेंट है तथा भवन के लिए 105 लीटर पेंट की आवश्यकता है, तो स्कूल के भवन को सबसे अधिक हल्के नीले शेड से पेंट कराने के लिए प्रत्येक प्रकार के कितने पात्रों या डिब्बों की आवश्यकता होगी?

85. प्रश्न पूछना या प्रस्तुत करना

सामने दी गयी रजाई, जिसमें सफेद, नीले और बैंगनी रंग के वर्ग बने हैं, के विषय में कम से कम पाँच अनुपात कथन, अपने किसी साथी के साथ कार्य करते हुए लिखिए।

ऐसी 12 बारह रजाइयों में, प्रत्येक रंग के कितने वर्ग होंगे?

86. मिठाई के एक डिब्बे को 10 बच्चों में बाँटा गया और प्रत्येक बच्चे को 4 मिठाइयाँ मिलीं। यदि यह 8 बच्चों में बाँटा गया होता तो, प्रत्येक बच्चे को कितनी मिठाइयाँ मिलतीं?

87. 44 गाय किसी मैदान में 9 दिन तक घास चर सकती हैं। उसी मैदान में 12 दिन तक कितनी कम या अधिक गायें चर सकती हैं?

88. 30 व्यक्ति किसी खेत की कटाई 17 दिन में कर सकते हैं। इसी कटाई को 10 दिन में करने के लिए, कितने अतिरिक्त व्यक्ति काम पर लगाये जाने चाहिए?

89. शबनम 6 km/h एक समान चाल से अपने स्कूल 20 मिनट में पहुँच जाती है। 24 मिनट में स्कूल पहुँचने के लिए उसकी एक समान चाल कितनी होनी चाहिए।

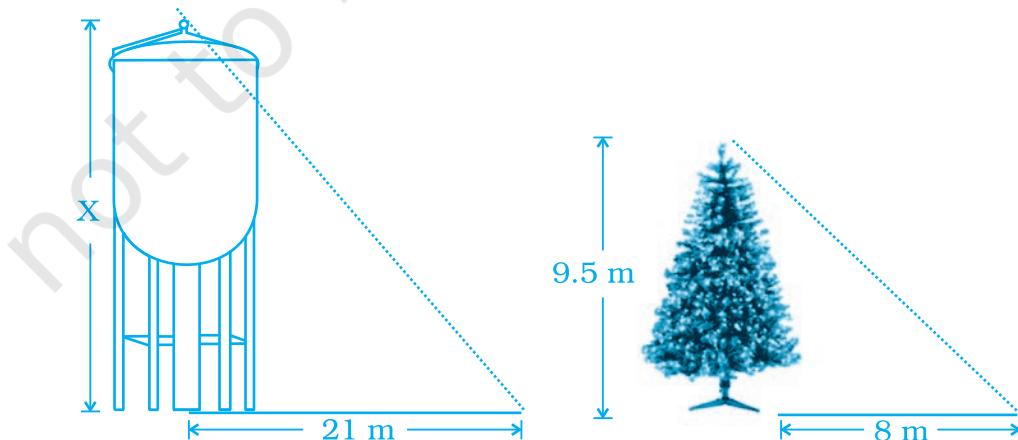
90. रवि साइकिल पर अपने स्कूल के लिए प्रातः 8:20 पर चलना प्रारंभ करता है। यदि वह स्कूल 10km/h, की एक समान चाल से चले, तो वह स्कूल 8 मिनट की देरी से पहुँचता है, परंतु यदि वह 16 km/h की एक समान चाल से चले, तो 10 मिनट पहले स्कूल पहुँच जाता है। स्कूल कितने बजे प्रारंभ होता है?

91. **स्तंभ I की प्रत्येक प्रविष्टि को स्तंभ II की उचित प्रविष्टि से सुमेलित कीजिए–**

स्तंभ I	स्तंभ II
1. x और y परस्पर प्रतिलोम विचरण करते हैं।	A. $\frac{x}{y}$ = अचर
2. राशियों p और q के प्रतिलोम विचरण का गणितीय निरूपण।	B. y में समानुपाती वृद्धि होगी।
3. राशियों m और n के सीधे विचरण के लिए गणितीय निरूपण	C. xy = अचर
4. जब $x = 5$, तब $y = 2.5$ और जब $y = 5$, तब $x = 10$	D. $p \propto \frac{1}{q}$
5. जब $x = 10$, तब $y = 5$ और जब $x = 20$, तब $y = 2.5$	E. y में समानुपाती कमी होगी।
6. x और y परस्पर सीधे विचरण करते हैं।	F. x और y अनुलोम समानुपात में हैं।
7. यदि x और y प्रतिलोम विचरण करते हैं, तो x में कमी करने पर	G. $m \alpha n$
8. यदि x और y सीधे विचरण करते हैं, तो x में कमी करने पर	H. x और y प्रतिलोम विचरण करते हैं।
	I. $p \alpha q$
	J. $m \alpha \frac{1}{n}$

92. 75 ग्राम तली हुई (सोटीड) मछली में 20 ग्राम प्रोटीन है। उसी प्रकार की 225 ग्राम मछली में कितना प्रोटीन है?

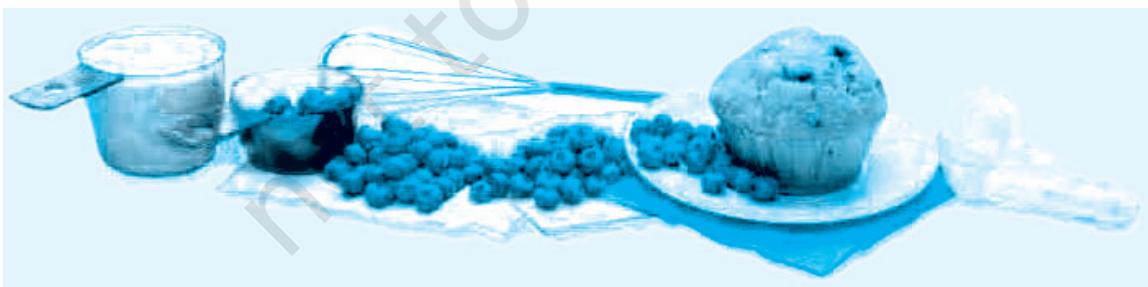
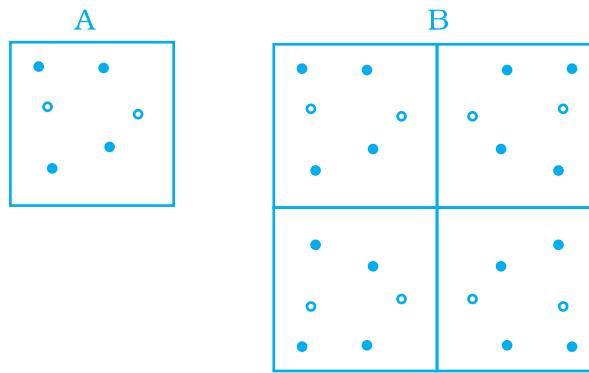
93. अनिता को झरेडा से गनवरी गाड़ी से जाना है। इन गाँवों के बीच की दूरी वह मानचित्र में 3.5 cm मापती है। यदि मानचित्र का स्केल 1 cm = 10 km है, तो उन स्थानों के बीच की वास्तविक दूरी ज्ञात कीजिए।

94. एक पानी की टंकी की छाया 21 m लंबी है। उसी समय एक पेड़ की छाया 8 m लंबी है। छायाओं की लंबाइयाँ उनकी ऊँचाइयों के सीधे समानुपात में हैं। टंकी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

95. नीचे दी गयी सारणी चार एलीवेटरों द्वारा विभिन्न दूरियाँ तय करने में लिये गये समयों को दर्शाती है। ज्ञात कीजिए कि कौन-सा ऐलीवेटर सबसे तेज है और कौन-सा सबसे सुस्त है।

	दूरी (मिनट में)	समय (सेकेंड में)
ऐलीवेटर - A	435	29
ऐलीवेटर - B	448	28
ऐलीवेटर - C	130	10
ऐलीवेटर - D	85	5

ऐलीवेटर B और C द्वारा अलग-अलग 140 सेकेंड में कितनी दूरियाँ तय की जाएँगी? कौन-सा ऐलीवेटर अधिक दूरी तय करेगा और कितनी?

96. एक वॉलीबाल कोर्ट एक आयत के आकार का है और इसकी विमाएँ एक स्वीमिंग पूल की विमाओं के साथ सीधे अनुपात में हैं। पूल की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

97. एक विशेष प्रकार के मफ्फिनों को तैयार करने के नुस्खे के लिए 1 कप दूध और 1.5 कप चॉकलेटों की आवश्यकता है। रिया के पास 7.5 कप चॉकलेट हैं। यदि वह इस नुस्खे को एक मार्गदर्शक के रूप में प्रयोग करना चाहती है, तो मफ्फिनों को तैयार करने के लिए उसे कितने कप दूध की आवश्यकता होगी?

98. पैटर्न B में पैटर्न A जैसी चार टाइलें बनी हैं। A और B पैटर्नों में लाल बिंदुओं और नीले बिंदुओं से संबद्ध एक समानुपात लिखिए। क्या वे सीधे समानुपात में हैं? यदि हाँ, तो समानुपात का अचर लिखिए।

99. एक गेंदबाज क्रिकेट की गेंद को 120km/h की चाल से फेंकता है। बल्लेबाज तक पहुँचने के लिए 20 m की दूरी तय करने में गेंद को कितना समय लगेगा?

100. x, y के प्रतिलोम समानुपात में हैं। यदि x में p % की वृद्धि होती है, तो y में कितने प्रतिशत की कमी होगी?

101. यहाँ एक हारमोनियम का कुंजी बोर्ड दिया है–

(a) कुंजी बोर्ड पर सफेद कुंजियों का काली कुंजियों से अनुपात ज्ञात कीजिए।

(b) काली कुंजियों का कुंजी बोर्ड की सभी कुंजियों से क्या अनुपात है?

(c) बड़े कुंजी बोर्ड पर कुंजियों के इसी पैटर्न की पुनरावृत्ति होती है। ऐसे 14 पैटर्नों से बने कुंजी बोर्ड पर आप कितनी काली कुंजियों की अपेक्षा करते हैं?

102. निम्न सारणी एक नयी पर्यावरण मित्र ऊर्जा-कुशल कार, जो गैस से चलती है, द्वारा चली हुई दूरियाँ दर्शाती है–

गैस (लीटर में)	1	0.5	2	2.5	3	5
दूरी (km में)	15	7.5	30	37.5	45	75

इस सारणी से कौन-सा गुण प्रदर्शित हो रहा है? 8 लीटर गैस में यह कार कितनी दूरी चलेगी?

103. कृतिका ब्रेड के लिए नीचे दिये गये नुस्खे का उपयोग कर रही है। उसने महसूस किया कि उसकी बहन नाश्ते में अधिकांशत: चीनी के सीरप (चाश्नी) का उपयोग करती है। कृतिका के पास केवल $\frac{1}{6}$ कप सीरप है। वह छोटे आकार की ब्रेड बनाने का निर्णय लेती है। वह प्रत्येक घटक की कितनी मात्रा का उपयोग करेगी?

ब्रेड का नुस्खा

1 कप तुरंत पकने वाली जई (ओट्स)

2 कप ब्रेड का आटा

$\frac{1}{3}$ कप चीनी का सीरप

1 बड़ा चम्मच पकाने का तेल

$1\frac{1}{3}$ कप पानी

3 बड़े चम्मच खमीर

1 छोटा चम्मच नमक

104. अनेक स्कूलों में अनुशंसित विद्यार्थी–अध्यापक अनुपात 35:1 है। अगले वर्ष एक स्कूल को आशा है कि उसमें 280 नये विद्यार्थी प्रवेश लेंगे। विद्यार्थी–अध्यापक अनुपात को जारी रखने के लिए स्कूल को कितने नये अध्यापक नियुक्त करने पड़ेंगे।

105. कुसुम सदैव मीलों को किलोमीटर में तथा किलोमीटरों को मीलों में बदलना भूल जाती है। परंतु उसे याद है कि उसकी कार का स्पीडोमीटर मीलों और किलोमीटरों दोनों को दर्शाता है। वह जानती है कि 50 मील प्रति घंटों का अर्थ 80 किलोमीटर प्रति घंटा है। 200 km की दूरी चलने में कुसुम कितने मील की दूरी तय करेगी?

106. अंजू की कक्षा के विद्यार्थी धन एकत्रित करने के लिए पोस्टर बेच रहे हैं। अंजू अपनी कक्षा द्वारा एकत्रित की जाने वाली राशि और पोस्टरों की संख्या में एक अनुपात की रचना करना चाहती है। वह जानती है कि वे बेचे गये प्रत्येक 60 पोस्टरों से ₹ 250 एकत्रित कर सकते हैं।

(a) 102 पोस्टरों को बेचने पर अंजू की कक्षा कितनी धनराशि एकत्रित करेगी?

(b) क्या अंजू की कक्षा ठीक ₹ 2000 एकत्रित कर पाएगी? यदि हाँ, तो यह कितने पोस्टरों को बेचने पर होगा? यदि नहीं, तो क्यों?

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

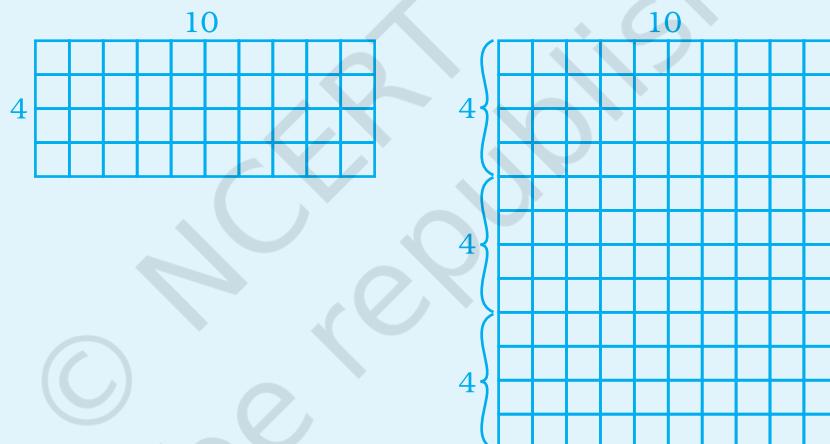
1. चाल = $\frac{\text{चली दूरी}}{\text{लिया गया समय}}$

अपनी कक्षा के न्यूनतम 10 विद्यार्थियों को कुछ दूरी चलने को कहकर, उनकी चालें परिकलित कीजिए। प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा चली गई दूरी और उसके लिये लिया गया समय रिकॉर्ड कीजिए। इसके बाद निम्न सारणी को पूरा कीजिए–

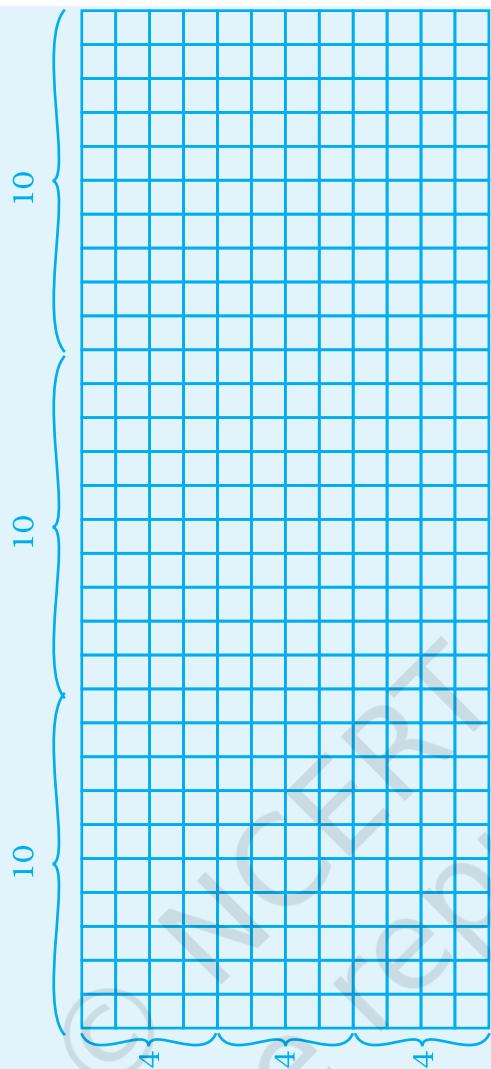
विद्यार्थी का नाम	चली दूरी (मीटरों में)	लिया गया समय (मिनट में)	चाल (m/मिनट में)
1			
2			

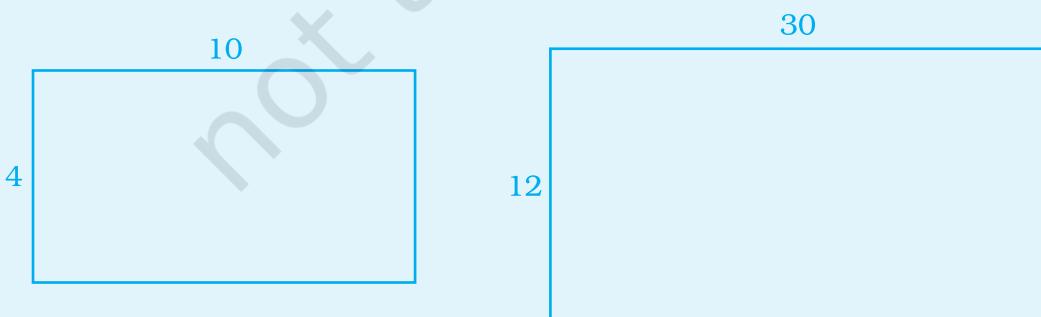
कौन-सा विद्यार्थी सबसे तेज दौड़ा?

2. वे आकृतियाँ जिनके आकार समान होते हैं, परंतु माप आवश्यक रूप से समान नहीं हों, समरूप आकृतियाँ कहलाती हैं। हम समरूप आयतों को, उनकी विमाओं को एक ही अनुपात में बढ़ा अथवा घटा करके बना सकते हैं। आइए समरूप आयतों को वर्गाकार टाइलों का उपयोग करके बनाएँ।

एक समरूप आयत की लंबाई क्या होगी यदि उसकी चौड़ाई 12 टाइलों से बनायी गयी है? आइए एक ऐसे आयत को लें, जिसकी लंबाई के अनुदिश 10 वर्गाकार टाइलें हैं और चौड़ाई के अनुदिश 4 वर्गाकार टाइलें हैं, जैसा आकृति में दर्शाया गया है।

10×4 आयत बनाने के लिए टाइलों का प्रयोग कीजिए।

आयत की चौड़ाई 12 टाइल बढ़ाने के लिए इसमें टाइलें जोड़िए या लगाइए।

नये आयत की चौड़ाई प्रारंभिक आयत की चौड़ाई की तिगुनी है। दोनों आयतों की लंबाइयों को समानुपात में रखने के लिए, इस नये आयत की लंबाई भी प्रारंभिक आयत की लंबाई की तिगुनी होनी चाहिए।

आयत की लंबाई 30 टाइलें करने के लिए, इसमें टाइलें जोड़िए।

अपने उत्तर की जाँच करने के लिए, हम सीधे समानुपात की अवधारणा का उपयोग कर सकते हैं।

$$\frac{4}{10} = \frac{12}{30}$$

या $\frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

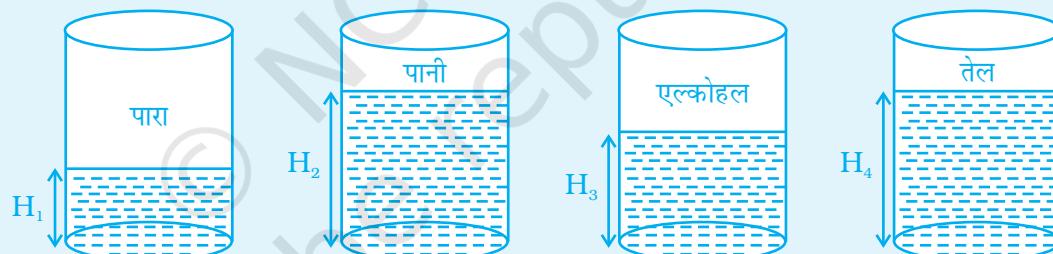
स्वयं कीजिए

वर्गाकार टाइलों का प्रयोग करते हुए दी हुई विमाओं के समरूप आयत बनाइए तथा लंबाई x का मान ज्ञात कीजिए।

(a) प्रारंभिक आयत की चौड़ाई 8 टाइल हैं और लंबाई 6 टाइल हैं। समरूप आयत 16 टाइल चौड़ा है और x टाइल लंबा है।

(b) प्रारंभिक आयत 3 टाइल चौड़ा और 7 टाइल लंबा है। समरूप आयत 9 टाइल चौड़ा है और x टाइल लंबा है।

3. प्रतिलोम विचरण

समान ऊँचाई और समान त्रिज्या 5 cm वाले चार बेलनाकार बर्तन लीजिए। इन बर्तनों को विभिन्न प्रकार के समान द्रव्यमान (भिन्न घनत्व के) द्रवों से भरिए, जैसे–पारा, पानी, एल्कोहल, तेल।

प्रत्येक बर्तन में उस ऊँचाई को लिखिए जहाँ द्रव ठहरता है। इस सूचना को निम्न सारणी में भरिए तथा दर्शाइए कि यह प्रतिलोम विचरण (समानुपात) की स्थिति है–

घनत्व	पारा	पानी	एल्कोहल	तेल
(g/cm^3)	13.6 (D_1)	.99 (D_2)	.78 (D_3)	.96 (D_4)
ऊँचाई (cm में)	H_1	H_2	H_3	H_4

घनत्व × ऊँचाई = अचर

4. क्रॉसवर्ड

नीचे दिये गये क्रॉसवर्ड को हल कीजिए तथा दिये गये बॉक्सों को अंग्रेजी के शब्दों में भरिए। एक्रॉस तथा डाउन भरने के लिए नीचे संकेत दिये गये हैं-

संकेत

एक्रॉस

1. Two things are said to be varying __________ if they increase (decrease) together such that ratio of their corresponding values remains constant.

1. दो राशियाँ __________ विचरित कही जाती हैं, यदि वे एक साथ इस प्रकार बढ़ें (घटें) कि उनके संगत मानों का अनुपात अचर रहे।

4. Problems based on direct proportion can be solved using __________ method.

4. सीधे समानुपात पर आधारित प्रश्नों को __________ विधि का प्रयोग करके हल किया जा सकता है।

5. More the number of workers, __________ the number of days, to finish a job.

5. श्रमिकों की संख्या जितनी अधिक होगी, किसी कार्य को समाप्त करने में उतने ही __________ दिन लगेंगे।

7. Indirect __________.

7. प्रतिलोम __________।

9. Two quantities are said to be in inverse proportion if an increase in one quantity causes a proportional __________ in other.

9. दो राशियाँ प्रतिलोम समानुपात में कही जाती हैं, यदि एक राशि में वृद्धि होने से दूसरी राशि में समानुपाती __________ हों।

डाउन

2. Speed and time are in __________ proportion to each other if distantce remains the same.

2. यदि दूरी समान रहे, चाल और समय __________ समानुपात में होते हैं।

3. It is used to compare two ratios or make __________ fractions.

3. इसका उपयोग दो अनुपातों की तुलना करने या __________ भिन्न बनाने में होता है।

6. 'k' is called __________ of variation.

6. 'k' विचरण का __________ कहलाता है।

7. In inverse proportion, __________ of corresponding values remains constant.

7. प्रतिलोम समानुपात में, संगत मानों का ___________ अचर रहता है।

8. With an increase in quantity of milk, cost of milk also ___________.

8. दूध की मात्रा में वृद्धि होने पर, दूध की लागत में ___________ होती है।

1 2 3 4 5 6 7 8 9